

## Progresiones geométricas

**Una progresión geométrica es una sucesión de números llamados términos, de tal manera que cada uno de ellos, después del primero, se obtiene multiplicando el término anterior por una cantidad constante llamada razón común.**

La razón común se puede obtener dividiendo cualquier término entre el anterior

$$r = \frac{n+1}{n} \text{ por ejemplo:}$$

En la progresión 2,4,8,16,32 la razón común es:

$$\frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{8}{4} = 2 \text{ LA RAZÓN COMÚN DE LOS TÉRMINOS ES } r=2$$

$$\frac{16}{8} = 2$$

$$\frac{32}{16} = 2$$

Al primer término de una progresión geométrica se le representa con la letra  $a_1$ , a la razón con la letra  $r$ , al número de términos lo representamos con la letra  $n$  y al último de la progresión con la letra  $a_n$

### Ejemplo:

Dada la progresión 8, -4, 2, -1, 0.5, -0.25, 0.125 identifica cada uno de sus elementos.

$$r = \frac{0.125}{-0.25} = -0.5$$

$$r = \frac{-0.25}{0.5} = -0.5$$

$$r = \frac{0.5}{-1} = -0.5$$

$$r = \frac{2}{-4} = -0.5$$

La razón común es  $r = -0.5$

$a_1 = 8$  es el primer término

Determinando el número de términos

$n = 7$ , ya que son siete términos

$a_7 = 0.125$  es el último término

Retomando la definición de una progresión geométrica, cada término es igual al anterior multiplicando por una constante o razón común, por ello podemos decir que:

- El primer término es  $a$ , donde  $n=1$
- El segundo término es  $ar$ , donde  $n=2$
- El tercer término es  $ar(r) = ar^2$ , donde  $n=3$
- El cuarto término es  $ar^3$ , donde  $n=4$

### Término desconocido

Si observamos podemos darnos cuenta que el exponente de  $r$  corresponde al valor de  $n - 1$ , por lo que se puede deducir que el valor del término fórmula:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

(Fórmula para encontrar el término desconocido)

### Ejemplo

Encontrar el 7º término de la progresión 0.5, 1, 2, 4....

**Solución:**

$$r = \frac{1}{0.5} = 2$$

$$r = \frac{2}{1} = 2$$

Diferencia común es 2

$a_1 = 0.5$  primer término de la serie

$n = 7$  por tratarse del séptimo término

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$a_7 = 0.5(2)^{7-1} = 32$$

**Si conocemos el valor que ocupa cualquier otro término de la progresión.**

$$a_n = a_k r^{n-k}$$

### Ejemplo

Encontrar los primeros dos términos de la progresión geométrica si:  $a_4 = 24$ , y  $r=2$ .

El modelo matemático sería:

$$a_n = a_k r^{n-k}$$

Por lo que:  $a_n = 24 \cdot 2^{n-4}$

$$a_1 = 24 \cdot 2^{1-4} \quad a_1 = 24 \cdot 2^{-3} \quad a_1 = 24/2^3$$

$$a_1 = 24/8 \quad a_1 = 3$$

$$a_2 = 24 \cdot 2^{2-4} \quad a_2 = 24 \cdot 2^{-2} \quad a_2 = 24/2^2$$

$$a_2 = 24/4 \quad a_2 = 6$$

### Suma de los n términos

La fórmula para calcular la suma de los n términos de una progresión geométrica es la siguiente:

$$S = \frac{a_n r - a_1}{r - 1}$$

### Ejemplo

Encontrar la suma de los seis primeros términos de la progresión 4, 2, 1, .....

Solución: Primero encontramos el 6<sup>o</sup> término:

$$r = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$a = 4$$

$$a_6 = a_1 r^{n-1}$$

$$a_6 = 4 \left(\frac{1}{2}\right)^{6-1} = \frac{1}{8}$$

Una vez encontrados los valores de a, r, n y l se procede a calcular la suma de los seis términos:

$$S = \frac{a_n r - a_1}{r - 1}$$

$$S = \frac{\frac{1}{8} \left(\frac{1}{2}\right) - 4}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{63}{8}$$

La sumatoria de los primeros seis términos es  $\frac{63}{8}$